Всесибирская открытая олимпиада школьников 2026-2027 г.г. по математике
Отборочный этап. 8 класс

Время написания работы 4 астрономических часа. Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

8.1. На прямой расположены города Новосибирск, Бердск и Искитим именно в таком порядке, причём от Новосибирска до Бердска 6 км, а от Бердска до Искитима — 7 км. Из Бердска одновременно в противоположных направлениях с одинаковыми постоянными скоростями выехали велосипедисты Егор и Никита. Каждый раз, когда кто-то из них доезжает до Новосибирска или Искитима, он поворачивает назад. Также они разворачиваются, если встречаются друг с другом. На каком расстоянии от Новосибирска произойдёт их встреча номер 2027 после выезда?

8.2. Ёжик записал на доске натуральное число N, не содержащее нулей. Крош под ним записал цифры N в обратном порядке, получив натуральное число M. Могут ли N и M отличаться ровно в три раза?

8.3. На острове Нуменор живут гномы, которые всегда говорят правду, эльфы, которые всегда врут, а также обычные люди, которые разговаривают, как им вздумается. Однажды 2027 жителей этого острова встали в круг, после чего каждый из присутствующих сначала сказал: «Справа от меня стоит эльф», а затем: «Слева от меня стоит обычный человек». Сколько обычных людей могло быть в этом кругу?

8.4. В каждую клетку доски 101×101 записано одно из чисел 0, 1, 2, 3 или 4. Оказалось, что если в некоторой клетке записано число n, то ровно в n соседних с ней клетках также записано число n. Например, каждая клетка, в которой записано число 2, соседствует ровно с двумя другими клетками, в которых также записано число 2. Докажите, что количество клеток, в которых записан 0, нечётно. Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.

8.5. Дан неравнобедренный треугольник ABC, в котором $\angle BAC = 60^\circ$. На стороне AB нашлась такая точка P, а на продолжении стороны CA за точку A — такая точка Q, что $PB = BC = CQ$. Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке I. Докажите, что точки P, Q и I лежат на одной прямой.